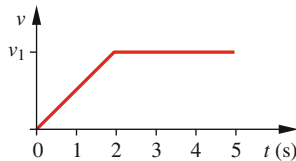


Aus Kapitel 8

Aufgaben

8.1 •• Eine Kiste (Masse $m = 100 \text{ kg}$) hängt an einem Seil. Die Kiste wird innerhalb von $T = 5 \text{ s}$ um die Höhe $H = 9 \text{ m}$ angehoben. Das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz $v = v(t)$ hat dabei den gezeichneten Verlauf.

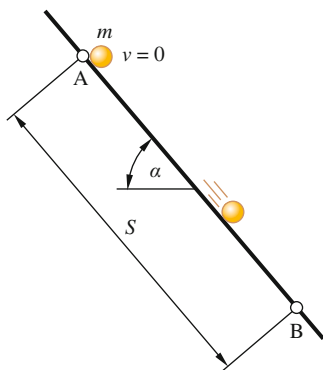


1. Welche Maximalgeschwindigkeit v_1 erreicht die Kiste? Wie groß ist die Beschleunigung in den beiden Abschnitten der Bewegung?
2. Wie groß ist die Seilkraft in den beiden Abschnitten der Bewegung?

Resultat: $v_1 = 2,25 \text{ m/s}$, $a_1 = 1,125 \text{ m/s}^2$, $S_1 = 1093,5 \text{ N}$, $S_2 = 981 \text{ N}$.

Ausführliche Lösung: Im zweiten Bewegungsabschnitt ist die Beschleunigung a_2 gleich null, da die Geschwindigkeit konstant ist. Der kinematische Gleichungssatz $v_1 = a_1 t_1$, $s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2$, $H = s_1 + v_1 (T - t_1)$ liefert: $v_1 = \frac{2H}{2T - t_1}$, $a_1 = \frac{2H}{(2T - t_1)t_1}$, $s_1 = H \frac{t_1}{T - t_1}$. Der Impulssatz liefert die Seilkräfte $S_1 = m(g + a_1)$ und $S_2 = mg$ in den beiden Bewegungsabschnitten.

8.2 • Eine Punktmasse setzt sich ohne Anfangsgeschwindigkeit im Punkt A einer schiefen Ebene (Neigungswinkel α) in Bewegung und legt bis zum Punkt B die Strecke S zurück.



1. Welche Geschwindigkeit besitzt die Punktmasse im Punkt B, wenn die Ebene glatt ist?
2. Welche Geschwindigkeit besitzt die Punktmasse im Punkt B, wenn die Ebene reibungsbehaftet (Gleitreibungskoeffizient μ) ist?

Resultat: $v_{\text{glatt}} = \sqrt{2gS \sin \alpha}$,
 $v_{\text{Reib}} = \sqrt{2gS(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$.

Ausführliche Lösung: Für den reibungsfreien Fall (Nullniveau im Punkt A) liefert der Energiesatz

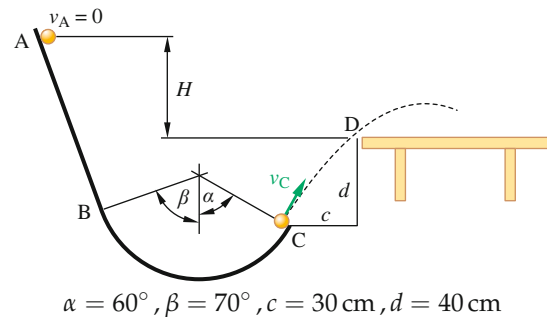
$$\frac{1}{2} m v_{\text{glatt}}^2 = mgS \sin \alpha.$$

Auflösen ergibt $v_{\text{glatt}} = \sqrt{2gS \sin \alpha}$. Wenn Gleitreibung auftritt, muss man im Arbeitssatz zusätzlich die Arbeit $-\mu mg \cos \alpha \cdot S$ der Gleitreibungskraft $F_R = \mu F_N = \mu mg \cos \alpha$ berücksichtigen:

$$\frac{1}{2} m v_{\text{Reib}}^2 = mgS \sin \alpha - \mu mgS \cos \alpha$$

Auflösen ergibt $v_{\text{Reib}} = \sqrt{2gS(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$.

8.3 •• Die dargestellte Murmelbahn setzt sich aus einer Geraden AB und dem Kreisbogen BC zusammen. Der Abstand der beiden Punkte C und D beträgt in horizontaler Richtung c und in vertikaler Richtung d . Die Bahn sei glatt, sodass die Murmel nicht rotiert.



1. Mit welcher Mindestgeschwindigkeit v_C muss die Murmel die Kreisbahn verlassen, damit sie die Tischkante D erreicht?
2. Aus welcher Höhe H über der Tischkante D muss man die Murmel ohne Anfangsgeschwindigkeit loslassen, damit sie im Punkt C die Mindestgeschwindigkeit v_C erreicht?

Resultat: $v_C = 3,84 \text{ m/s}$, $H = 0,87 \text{ m}$.

Ausführliche Lösung: Legt man dem Koordinatenursprung in die Stelle C, folgt aus der Forderung $y(c) = d$ die Bestimmungsgleichung $c \tan \alpha - \frac{g}{2v_C^2}(1 +$

$\tan^2 \alpha)c^2 = d$ für die Geschwindigkeit v_C . Man erhält:
 $v_C = c \sqrt{\frac{g(1+\tan^2 \alpha)}{2(c \tan \alpha - d)}}$. Wenn man das Nullniveau auf Höhe der Tischkante legt, liefert der Energiesatz $mgH = \frac{1}{2}mv_C^2 + mg(-d)$. Man erhält $H = \frac{v_C^2}{2g} - d$.